

## SİNYAL UZAYINDA KODLANMIŞ İLETİŞİM DİZGELERİ (TCM)

Melek D. Yücel, Mustafa İlkan  
ÖDTÜ Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ankara

### ÖZET

Bir iletişim dizgesinin kodlama ve bindirim (modülasyon) işlevlerini ayrı ayrı değil de, bir bütün halinde ele alan TCM (Trellis Coded Modulation) yöntemi, yalnızca on yıl kadar önce ortaya atılmış olmasına rağmen hızla uygulamaya konmuştur. Ses bandında iletişim yapan MODEM'ler için 9.6 kbit/san hızının son ulaşılabilir nokta olduğu sanılırken, TCM'in kullanılması ile 14.4 kbit/san ve daha büyük hızlarda MODEM yapımı mümkün olmuştur /1/. Uydu iletişiminde ise çok yakında TCM'e yer verilmesi planlanmaktadır. TCM'in önemi, bilgi akış hızını yavaşlatmadan ve kullanılan band genişliğini arttırmadan, iletişim dizgesinde 2-6 dB arasında bir kodlama kazancı sağlıyor olmasından kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada 8-PSK ve 8-PAM / TCM yöntemlerinin başarımları incelenmektedir.

### 1. Giriş

k kadar ikil (bit) değerinin kodlanarak n ikil-den oluşan kod sözcüklerine dönüştürülmesi, n her zaman k'den büyük olduğu için, bilgi akış hızında k/n oranında bir düşüşe neden olmaktadır. Bu durum ister blok kod, ister konvolüsyon kodu olsun, tüm (n,k) kodlar için geçerlidir.

Öte yandan, iletişim kanalından bilgiyi yollarken seçilecek bindirim yönteminde kullanılacak düzey sayısını arttırarak bilgi akışını hızlandırmak mümkündür. N düzey yerine N den büyük M düzey kullanılırsa, bilgi akış hızındaki artış,  $\log_2 M / \log_2 N$  kadar olacaktır. Fakat çok düzeyli bir bindirim yönteminin düzeyleri, belirli bir gönderme gücü için, az düzeyli bindirim yöntemine göre çok daha birbirine yakındır; bu da dizgenin hata olasılığını arttıracaktır.

N düzeyli bindirim kullanan kodlanmamış bir dizge yerine, bir (n,k) kodlayıcının ardından M düzeyli bindirim yapan kodlanmış bir dizge kullanılırsa  $(k/n) = (\log_2 N) / (\log_2 M)$  olarak seçildiği zaman iki dizgenin bilgi akış hızları aynı olacaktır. Peki, M düzeyli bindirimin hata olasılığında yarattığı artış, (n,k) kodun hata düzeltme yetisi ile karşılanabilecek ve azaltılabilecek midir? Bu sorunun yanıtı, gelişigüzel seçilen kodlar için hayır, sinyal uzayında kodlama yaparak seçilen kodlar için evettir. Bu ikinci durumda oluşan kod/bindirim yöntemine en güzel örnek ise TCM dir.

### 2. TCM Yöntemi

Bir önceki bölümde sorulan soruya gelişigüzel bir kod için neden olumsuz yanıt verildiğini açıklarsak, TCM'in felsefesini anlamak kolaylaşacaktır. Bilindiği gibi, t simge hatası düzelten bir kodun en küçük Hamming uzaklığı;

$$\frac{H}{d} \geq 2t+1$$

min

eşitsizliğini sağlamalıdır. Bir blok kod için bu uzaklık, iki kod sözcüğü arasında olabilecek en küçük uzaklık demektir. Konvolüsyon kodları için ise en küçük özgür Hamming uzaklığı, kodlayıcı çıkışında oluşacak ikil dizileri arasındaki en

küçük uzaklık anlamına gelir. Kodun başarımları, d min ile yakından ilgilidir, o arttıkça kodun hata düzeltme yeteneği de artar.

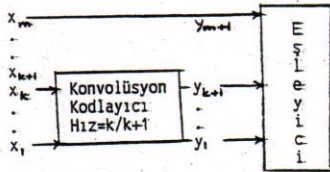
Kodlayıcı çıkışına ikiden çok düzeyli bir bindirici bağlandığı zaman; düzey sayısı M ise, kodlanmış dizideki her  $\log_2 M$  kadar ikilin, düzeylerden birine eşlenmesi gereklidir. Örneğin, 8-PSK kullanılıyorsa, kodlanmış dizideki her değişik üçlü için, 8 simgeden hangisinin seçileceğine önceden karar verilmelidir. Bu eşleme sonucunda, diyelim ki bir konvolüsyon kodlayıcısının çıkışındaki ikil dizileri, bindirici çıkışındaki simge dizilerine dönüştürür. Peki bu simge dizileri arasındaki en küçük Euclid uzaklığı nedir? Diğer bir deyişle, seçilen iyi bir kodun kod uzayında yarattığı birbirinden olabildiğince uzak ikil dizileri, sinyal uzayında yine böyle uzak simge dizileri oluşturabilecek midir? Kodlayıcı ve bindiricinin bağımsız olarak tasarlanması, böylesine ayrıntılı bir koşulun kendiliğinden sağlanabilmesine olanak tanımaz. Araştırmalar göstermiştir ki, gelişigüzel bir kod ve eşleme seçimiyle oluşturulan kodlayıcı çıkışı dizilerinin Hamming uzaklığının, bindirici çıkışı dizilerinin Euclid uzaklığı ile hiçbir ilgisi yoktur /1/.

Kodlama ve bindirimin yarattığı birleşik dizgenin hata olasılığı başarımının, kod uzayının ikil dizileri arasındaki Hamming uzaklığıyla değil, sinyal uzayının simge dizileri arasındaki Euclid uzaklığı ile ilgili olduğu Ungerboeck tarafından

anlaşıldıktan sonra, kendisinin çalışmaları simge dizilerinin Euclid uzaklığını arttıracak kodlar tasarlama yönünde yoğunlaşmıştır. Bu kodların klasik anlamda iyi kodlar olması gerekmektedir, yani en küçük Hamming uzaklığı yeteri kadar büyük olmayabilir. Bu demektir ki, kodlayıcı yalnız başına çalışırsa fazla işe yaramayabilir. Ama kodlayıcı/bindirici çifti birlikte çalıştığında, kodlama kuralı özellikle  $\alpha$  bindirici çıkışındaki simge dizilerinin birbirlerine olan uzaklıklarını arttıracak şekilde seçildiğinden, birleşik dizgenin hata olasılığı başarımı, kodlanmamış bir dizgeye oranla daha iyi olacaktır.

Ungerboeck tarafından önerilen TCM yöntemi, bu kodlama/eşleme kuralının bulunmasında "Kümelere bölerek eşleme" adı verilen bir algoritma kullanılmaktadır /2,3/. Algoritmanın uygulanmasında sonra ulaşılan yapı, Şekil 1'de verildiği gibi olmaktadır. Girişteki ikil değerlerinden diyelim ki  $k$  kadar,  $k/k+1$  hızındaki bir konvolüsyon kodlayıcısından geçerken, geri kalan  $(m-k)$  kadar kodlanmadan sinyal eşleme birimine girmektedirler. Eşleyici girişindeki  $(m+1)$  ikilin alacağı değerler,  $Z = M$  simgeden hangisinin seçileceğini belirlemektedir. Konvolüsyon kodlama ve eşleme kuralları, "Kümelere bölerek eşleme" algoritması sonucunda ortaya çıkmaktadır.

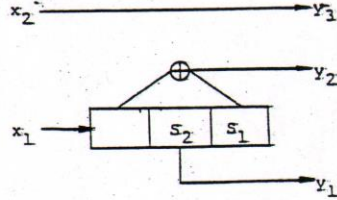
TCM yöntemiyle gönderilen sinyalin alıcıda çözülmesi ise, yumuşak kararlı bir Viterbi kod çözücü yardımıyla olmaktadır.



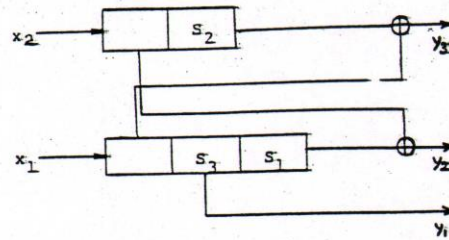
Şekil 1- TCM vericisinin yapısı

### 3. Benzetim Çalışmaları

Bilgisayarla yapılan benzetimlerde /4/,  $N=4$  ve  $M=8$  seçilerek 4 düzeyli kodlanmamış dizgeler, 8 düzeyli TCM ile karşılaştırılmıştır. Konvolüsyon kodlayıcıları /3/'te verildiği gibi seçilmiştir; Şekil 2'de görülen 4 durumlu ( $n=2$ ), ve Şekil 3'teki 8 durumlu ( $n=3$ ) kodlayıcılar "Kümelere bölerek eşleme" algoritmasıyla elde edilmiştir. Aynı algoritma eşleme kuralını da belirlemiştir. Bu eşleme kuralı yerine başka bir kural kullanılırsa ne olacağını görmek için konvolüsyon kodlayıcılarını değiştirmeden eşleme yöntemi değiştirilmiştir, ve eşleme Gray kodlaması ile de yapılmıştır. İletişim dizgelerinin başarımı, Gauss gürültülü bir kanalda, sinyal/gürültü oranına (SNR) karşı, ikil hata olasılığı cinsinden ölçülmüştür.

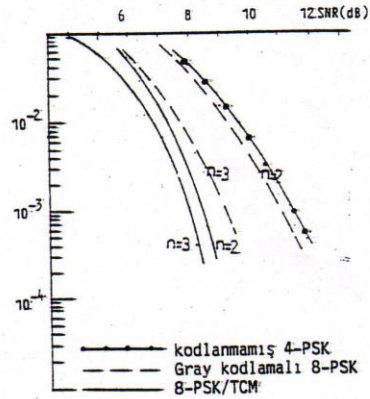


Şekil 2- 4 Durumlu ( $n=2$ ) kodlayıcı



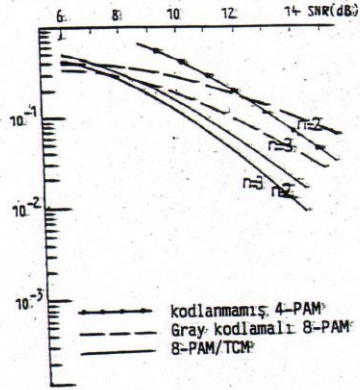
Şekil 3- 8 Durumlu ( $n=3$ ) kodlayıcı

Faz bindirimi yöntemlerini içeren Şekil 4, kodlanmamış 4-PSK, Gray kodlu 8-PSK ve 8-PSK/TCM dizgelerinin başarımlarını karşılaştırma olanağı vermektedir. Görüldüğü gibi, 8-PSK/TCM'in kodlanmamış 4-PSK dizgesine oranla sağladığı kazanç 4 durumlu ( $n=2$ ) kodlayıcı için 2.5-3dB'i aşarken 8 durumlu ( $n=3$ ) kodlayıcı için daha da artmaktadır.



Şekil 4- Faz bindirimli dizgelerin başarımı

Genlik bindirimi yöntemlerini içeren Şekil 5 ise aynı karşılaştırmayı kodlanmamış 4-PAM, Gray kodlu 8-PAM ve 8-PAM/TCM için yapmaktadır. Bu durumda TCM'in kodlanmamış 4-PAM'e göre kazancı



Şekil 5- Genlik bindirimli dizgelerin başarımı.

faz bindirimine oranla daha azdır; 4 durumlu kodlayıcı için 2 dB, 8 durumlu kodlayıcı için 2.3 dB gibi.

Şekil 4'te görülen Gray kodlu 8-PSK, 8-PSK/TCM kadar iyi bir başarımla gösterememektedir. Şekil 5'teki Gray kodlu 8-PAM'in zaman zaman kodlanmamış 4-PAM'den bile kötü olması, yazının başında sözü edilen rastgele kodlayıcı ve eşleyici kullanmanın işe yaramayacağı savını desteklemektedir.

TCM ile elde edilen kodlama kazancının 6 dB gibi değerlere ulaşması, durum sayısı daha fazla olan konvolüsyon kodlayıcılar ve karmaşık bir yapıyla mümkündür. Fakat günümüzde en yaygın TCM yönteminin 8-PSK olduğu gözlenmektedir.

#### 4. Sonuç

Kanal kodlamasında Shannon'un kuramsal olarak belirlediği limitlerle, uygulamada ulaşılabilen değerler arasındaki uçurumu kapatabileceği ümidini veren TCM yöntemi, önümüzdeki yıllarda pek çok iletişim dizgesinde yerini alacak gibi görünmektedir. Varolara diğer kodların, bilgi akış hızını hiç düşürmeyen TCM yöntemi ile başedebilmesi, ancak kod hızlarının artırılması, yani  $k/n$ 'in birer yaklaştırılmasıyla mümkün olabilecektir. Öte yandan, TCM ile ilgili araştırılması ve çözülmesi gereken sorunlar yoktur denemez. Örneğin TCM'in taşıyıcı faz sapmasına duyarlılığı, kodlanmamış dizgeninkinden fazladır. 8-PSK/TCMde 22.5 dereceyi aşan bir taşıyıcı faz sapması senkronizasyonu bozabilir, ve dizgenin yeniden toparlanması kodlanmamış 4-PSK'inkinden daha uzun zaman alır /2/.

#### Kaynaklar:

- /1/ Ungerboeck G., Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets, Part 1, IEEE Comm. Mag., Şubat 1987.
- /2/ Ungerboeck G., Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets, Part 2, IEEE Comm. Mag., Şubat 1987.
- /3/ Ungerboeck G., Channel Coding with Multilevel/Phase Signals, IEEE Trans. on Inf. Th., Ocak 1982.
- /4/ İlkan M., Signal Space Coded Signaling Systems, Yüksek Lisans Tezi, Şubat 1987.